

Вузовско-академическая олимпиада 2011-12 уч. года
Первый (заочный) тур для 11 класса

1. Кузнец может подковать одно копыто у лошади за 5 минут. Сколько времени потребуется 8-и кузнецам чтобы подковать все копыта у 10-и лошадей, если на двух ногах лошадь стоять уже не может? Объясните, как они должны работать, чтобы время всей их работы было минимально.

2. На столе стоит самовар. Вода в нем непрерывно кипит. Пять человек могут выпить кипяток из самовара в течение полутора часов, а восемь человек — в течение одного часа. Сколько времени будут опорожнять самовар одиннадцать человек? Считается, что все порции чая одинаковы, а вода из самовара выкипает равномерно.

3. В треугольнике ABC угол B равен 20° , а угол C равен 40° градусам. Докажите, что биссектриса AD угла A треугольника ABC равна разности его сторон $BC - AB$.

4. Машина, двигаясь в одном направлении, за любой промежуток времени в один час перемещается ровно на 60 км. Могла ли она за два с половиной часа проехать расстояние больше, чем 150 км?

5. Пусть $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$ и $y = k_3x + b_3$ — уравнения трёх касательных к параболу $y = x^2$. Докажите, что если $k_3 = k_1 + k_2$, то $b_3 \geq 2(b_1 + b_2)$.

6. В квадратной таблице закрашены некоторые клетки. Известно, что каждая закрашенная клетка расположена или в столбце, в котором закрашено не более 40% клеток, либо в строке, в которой закрашено не более 40% клеток. Каков наибольший процент закрашенных клеток таблицы?